

Hoje respondo a um e-mail da Ana Carolina.

A Carol pediu para resolver as questões 9, 11, 12 e 13 da prova da CEF, realizada recentemente pelo CESPE.

Vamos lá!

9) Um cliente tomou R\$ 20.000,00 emprestados de um banco que pratica juros compostos mensais, e, após 12 meses, pagou R\$ 27.220,00. Nesse caso, considerando 1,026 como valor aproximado para $1,361^{1/12}$, é correto afirmar que a taxa de juros nominal, anual, praticada pelo banco foi igual a

A 30,2%.

B 31,2%.

C 32,2%.

D 33,3%.

E 34,2%

Resolução.

Temos um problema de juros compostos. Então o primeiro passo é aplicar a fórmula.

$$M = C \times (1 + i)^n$$

Nesta fórmula, M é o montante, C é o capital, “n” é o prazo e “i” é a taxa de juros. O detalhe é que “i” é a taxa efetiva. Na fórmula, só entra taxa efetiva.

Substituindo os valores:

$$27.220 = 20.000 \times (1 + i)^{12}$$

$$1,361 = (1 + i)^{12}$$

$$1,361^{1/12} = (1 + i)$$

Agora usamos aquela informação do enunciado (considerar 1,026 como valor aproximado para $1,361^{1/12}$)

$$1,026 = (1 + i)$$

$$0,026 = (i)$$

Em forma percentual:

$$2,6\% = (i)$$

Como o prazo está em meses, esta taxa é mensal. É uma taxa de 2,6% ao mês, efetiva (portanto, com capitalização mensal).

Para achar a taxa nominal anual, usamos regra de três.

2,6% ---- 1 mês

x ---- 12 meses

Multiplicando cruzado, temos que:

$$x = 2,6\% \times 12 = 31,2\%$$

Gabarito: B

11) A população P de uma comunidade, t anos após determinado ano considerado ano $t = 0$, pode ser calculada pela fórmula $P = P_0 e^{kt}$, em que k é uma constante positiva, P_0 é a quantidade de indivíduos na comunidade no ano $t = 0$ e “ e ” é a base do logaritmo neperiano. Nesse caso, considerando 0,63 como valor aproximado para $\frac{\ln 2}{\ln 3}$ e que a população P_0 triplique em 6 anos, então P_0 será duplicada em

A 3,38 anos.

B 3,48 anos.

C 3,58 anos.

D 3,68 anos.

E 3,78 anos.

Resolução.

Quando a população for triplicada, teremos: $P = 3P_0$. Isto ocorrerá em 6 anos. Logo:

$$3P_0 = P_0 \times e^{k6}$$

Simplificando:

$$3 = e^{k6}$$

Aplicando logaritmo dos dois lados da igualdade:

$$\ln 3 = \ln e^{k6}$$

$$\ln 3 = 6k \text{ (equação I)}$$

Quando a população for dobrada, teremos: $P = 2P_0$. Isso ocorrerá em t anos. Logo:

$$2P_0 = P_0 \times e^{kt}$$

Simplificando:

$$2 = e^{kt}$$

Aplicando logaritmo dos dois lados da igualdade:

$$\ln 2 = \ln e^{kt}$$

$$\ln 2 = kt \text{ (equação II)}$$

Dividindo a equação II pela equação I:

$$\frac{\ln 2}{\ln 3} = \frac{kt}{k6}$$

$$0,63 = \frac{t}{6} \Rightarrow t = 3,78$$

Gabarito: E

12) Saul e Fred poderão ser contratados por uma empresa. A probabilidade de Fred não ser contratado é igual a 0,75; a probabilidade de Saul ser contratado é igual a 0,5; e a probabilidade de os dois serem contratados é igual a 0,2. Nesse caso, é correto afirmar que a probabilidade de

A Fred ser contratado e Saul não ser contratado é igual a 0,1.

B Saul não ser contratado é igual a 0,25.

C pelo menos um dos dois ser contratado é igual a 0,75.

D Fred ser contratado é igual a 0,5.

E Saul ser contratado e Fred não ser contratado é igual a 0,3

Resolução.

A probabilidade de Fred não ser contratado é 75%. Logo, a probabilidade de ele ser contratado é de 25% (=100% - 75%).

A probabilidade de Saul ser contratado é de 50%. Logo, a probabilidade de ele não ser contratado também é de 50%.

A probabilidade de os dois serem contratados é de 20%. Com isso, podemos começar a montar o quadro de probabilidades.

	Fred ser contratado	Fred não ser contratado
Saul ser contratado		
Saul não ser contratado.		

Já sabemos que a probabilidade de os dois serem contratados é de 20%.

	Fred ser contratado	Fred não ser contratado
Saul ser contratado	20%	
Saul não ser contratado.		

A probabilidade de Fred ser contratado é de 25%. Já preenchemos 20%. Faltam 5% (em vermelho os novos preenchimentos, em azul o que já estava preenchido).

	Fred ser contratado	Fred não ser contratado
Saul ser contratado	20%	
Saul não ser contratado.	5%	

A probabilidade de Saul ser contratado é de 50%. Já preenchemos 20%. Faltam 30%:

CURSO ON-LINE – PROFESSOR: VÍTOR MENEZES

	Fred ser contratado	Fred não ser contratado
Saul ser contratado	20%	30%
Saul não ser contratado.	5%	

A probabilidade de Saul não ser contratado é de 50%. Já preenchemos 5%. Faltam 45%

	Fred ser contratado	Fred não ser contratado
Saul ser contratado	20%	30%
Saul não ser contratado.	5%	45%

Pronto. Preenchemos todos os campos. Agora podemos analisar as alternativas.

Letra A - Fred ser contratado e Saul não ser contratado é igual a 0,1 (falso – esta probabilidade é de 5%).

B Saul não ser contratado é igual a 0,25 –(falso – esta probabilidade é de 50%).

C pelo menos um dos dois ser contratado é igual a 0,75 (A probabilidade de nenhum ser contratado é de 45%. Logo, a probabilidade de pelo menos um ser contratado é de 55%).

D Fred ser contratado é igual a 0,5. (falso – esta probabilidade é de 25%)

E Saul ser contratado e Fred não ser contratado é igual a 0,3 (correto – basta ver a célula correspondente à linha do “Saul ser contratado” e à coluna do “Fred não ser contratado”).

Gabarito: E

13) Antônio fez os dois investimentos seguintes, em que ambos pagam juros compostos de 3% ao mês.

I Três depósitos mensais, consecutivos e iguais a R\$ 2.000,00; o primeiro foi feito no dia 1.º/3/2009.

II Dois depósitos mensais, consecutivos e iguais a R\$ 3.000,00; o primeiro foi feito no dia 1.º/3/2009.

Considerando que M1 e M2 sejam, respectivamente, os montantes das aplicações I e II na data do terceiro depósito correspondente ao investimento I, assinale a opção correta.

A $M2 - M1 = R\$ 90,90$.

B $M2 - M1 = R\$ 45,45$.

C $M2 = M1$.

D $M1 - M2 = R\$ 45,45$.

E $M1 - M2 = R\$ 90,90$.

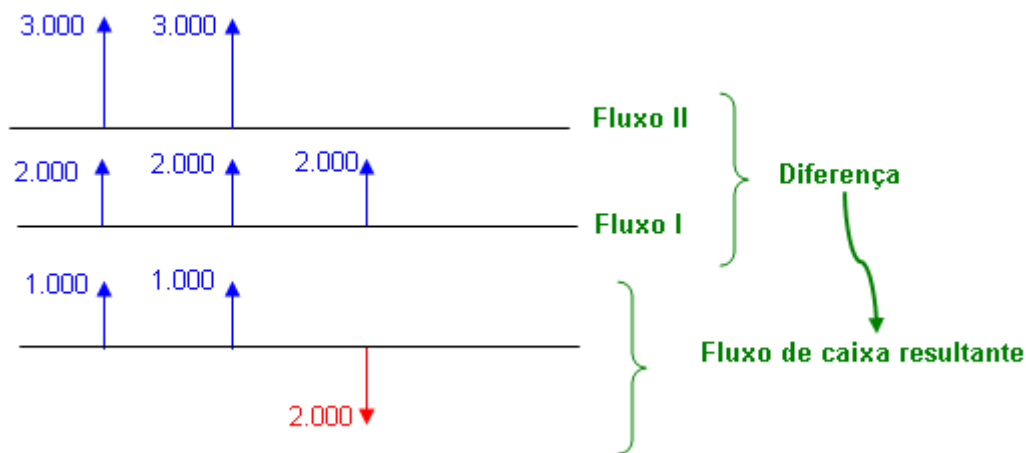
Resolução.

Nos dois investimentos, a quantia total aplicada é de 6.000,00. A diferença é que, no investimento I, nós demoramos mais tempo para terminar de depositar todo o nosso capital. Com isso, o montante gerado em I será menor.

Só com esta análise, já podemos descartar as alternativas C, D e E.

Para saber qual das duas alternativas restantes é correta (A ou B), precisamos saber de quanto é a diferença entre os montantes M2 e M1.

A figura abaixo representa o fluxo de caixa resultante.



O fluxo de caixa resultante está na última linha da figura.

Coloquei a seta em azul representando os depósitos e a vermelha representando as retiradas.

Temos dois depósitos de 1.000, nas datas 1/3 e 1/4 e uma retirada de 2.000 na data 1/5.

Ok, agora temos que calcular o montante do fluxo resultante, na data 1/5.

O certo seria usar juros compostos, o que dá mais trabalho.

Como as alternativas A e B apresentam valores bem diferentes, vamos fazer o seguinte. Vamos usar juros simples mesmo, só para ter uma ordem de grandeza da resposta.

No regime simples, o primeiro depósito de 1.000,00 vai gerar juros de 30,00 por mês. Em dois meses, teremos um juro de 60,00.

O segundo depósito de 1000,00 vai gerar apenas 30,00 de juros (pois só fica 1 mês aplicado).

Com isso, o montante na data 1/5 ficará:

$$1.060 + 1.030 - 2.000 = 90$$

No regime composto, espera-se que o montante obtido seja um pouquinho maior, pois há incidência de juros sobre juros.

Com isso, já podemos marcar a letra A.

Gabarito: A

Caso você queira resolver com exatidão, aí teria que aplicar a fórmula de juros compostos. O montante exato na data 1/5, para o fluxo de caixa resultante, é:

$$1.000 \times 1,03^2 + 1.000 \times 1,03 - 2.000 = 90,90$$

Carol, é isso. Espero ter ajudado.

Abraços

Vítor.